

## **КРИТЕРИЙ МАННА – УИТНИ И (НЕ)СУЩЕСТВЕННОСТЬ РАСХОЖДЕНИЯ ДВУХ ОЦЕНОК**

*СЛУЦКИЙ А.А., к.т.н.,  
Заместитель Председателя Комитета  
по научным и методическим вопросам в оценочной деятельности  
Союза Саморегулируемых Организаций Оценщиков*

### **Введение**

На заседании Санкт – Петербургского научно – методического совета по оценке, 19.05.2021 <sup>1</sup> автором данной статьи был представлен критерий несущественности расхождения результатов двух оценок, который звучит следующим образом:

*«1. Критерий несущественности отличия результатов двух оценок стоимости устанавливается на основании п. 25 Федерального стандарта оценки "Общие понятия оценки, подходы и требования к проведению оценки (ФСО N 1)»:*

*Не существенным отличием результатов двух оценок стоимости признается такое отличие, при котором результат, полученный в одной оценке, находится внутри границ интервала стоимости, полученного в другой оценке.*

*2. Этот же критерий распространяется на одну и ту же оценку (отчёт об оценке) до и после исправления недостатков, выявленных любым соответствующим(ми) лицом(ами) или органом(ми).*

*3. Этот же критерий распространяется на сопоставление оценок рыночной и кадастровой стоимостей. В случае, если интервал, в котором может находиться значение кадастровой стоимости в виде конкретного числа не известен, не значительным является такое различие результатов оценки рыночной и кадастровой стоимостей, при котором значение кадастровой стоимости находится внутри границ интервала, в котором может находиться значение рыночной стоимости».*

Это критерий предлагается закрепить в Методических разъяснениях Комитета по научным и методическим вопросам в оценочной деятельности Союза СОО.

В своём выступлении на том же заседании В.Н. Мягков привёл следующий пример анализа неопределённости оценки стоимости.

«Оценивается объект, для которого достоверно известны 10 продаж точных аналогов, причем цены корректно приведены к дате оценки. Предположим, что это исчерпывающий список аналогов, других аналогов объекта на дату оценки нет.

Пронумеруем аналоги по возрастанию цен условных единиц сравнения (для недвижимости это может быть цена за кв.м, куб.м, или цена всего объекта, если все они идентичны; для машин и оборудования - цена на единицу мощности, производительности и т.д

---

<sup>1</sup> Мягков В.Н. (2021), Интервалы оценки стоимости и их неопределенность, Презентация выступления на заседании Санкт – Петербургского научно – методического совета по оценке, 19.05.2021, [https://cpa-russia.ru/upload/file/PREZENTATSIYA\\_neopredelennost\\_otsenok\\_Myagkov\\_VN.pdf](https://cpa-russia.ru/upload/file/PREZENTATSIYA_neopredelennost_otsenok_Myagkov_VN.pdf)

аналог	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
цена*	85	88	90	91	93	95	100	105	110	112

Наглядное распределение цен аналогов показано на следующем рисунке. Как видно, он не равномерное и не симметричное, что достаточно типично».



Далее, на основании бутстрэп – анализа <sup>2</sup> В.Н. Мягковым были сделаны следующие выводы.

«Наибольший разброс средних значений дают выборки по 5 аналогов (в данном случае их всего 252). Диапазон средних для них (89,4 – 104,4), Соответственно, максимально возможное различие двух «крайних» оценок составит 16,8%, а в среднем, как показывают расчеты, две разные оценки из этой группы различаются на 3,6%. Оценки стоимости, рассчитанные по большему числу аналогов различаются меньше. Для всех 210 возможных выборок по 6 аналогов – максимальное различие 13%, а в среднем – 2,9%. Для 45 выборок по 8 аналогов максимальное различие оценок 6,6%, а в среднем – 1,8%».

Однако, на последующий вопрос председательствующего П.А. Козина насчёт того, как будет обстоять дело в том случае, если одна оценка будет выполнена на трёх самых больших значениях, а вторая – на самых малых, ответа не последовало.

Также очень примечательной представляется фраза М.Б. Ласкина, последовавшая немного позднее о том, что для сопоставления двух выборок существуют «канонические» критерии и это вам скажет любой классик статистики.

Вот этим мы и займёмся ниже на примере показанного набора объектов – аналогов, предполагая, что показанные цифры означают величины скорректированных удельных цен <sup>3</sup>.

### Критерий Манна – Уитни

Наиболее известным «каноническим» критерием, который можно использовать для решения задачи сопоставления результатов двух оценок является U-критерий Манна — Уитни <sup>4</sup> (англ. Mann–Whitney U-test) — непараметрический (что важно) статистический критерий, используемый для оценки различий между двумя независимыми выборками по уровню какого-либо признака (в нашем случае – среднее значение скорректированных удельных цен в каждой оценке – наиболее вероятная скорректированная удельная цена), измеренного количественно.

Критерий позволяет выявлять различия в значении параметра между малыми выборками (что также очень важно).

<sup>2</sup> Бутстрэп (статистика). Материал из Википедии — свободной энциклопедии. [https://ru.wikipedia.org/wiki/Бутстрэп\\_\(статистика\)](https://ru.wikipedia.org/wiki/Бутстрэп_(статистика))

<sup>3</sup> В принципе, при наличии таковой надобности анализ можно распространить и на начальные, нескорректированные удельные цены.

<sup>4</sup> U-критерий Манна — Уитни. Материал из Википедии — свободной энциклопедии, [https://ru.wikipedia.org/wiki/U-критерий\\_Манна\\_—\\_Уитни#:~:text=U-критерий%20Манна%20—%20Уитни%20\(англ.,уровню%20какого-либо%20признака%2C%20измеренного%20количественно](https://ru.wikipedia.org/wiki/U-критерий_Манна_—_Уитни#:~:text=U-критерий%20Манна%20—%20Уитни%20(англ.,уровню%20какого-либо%20признака%2C%20измеренного%20количественно)

Для применения U-критерия Манна — Уитни нужно произвести следующие операции.

Составить единый ранжированный ряд из обеих сопоставляемых выборок, расставив их элементы по степени нарастания признака и приписав меньшему значению меньший ранг (при наличии повторяющихся элементов в выборке использовать средний ранг).

Общее количество рангов получится равным  $N = n_1 + n_2$ , где  $n_1$  — количество элементов в первой выборке, а  $n_2$  — количество элементов во второй выборке.

Разделить единый ранжированный ряд на два, состоящие соответственно из единиц первой и второй выборок.

Подсчитать отдельно сумму рангов, пришедшихся на долю элементов первой выборки —  $R_1$ , и отдельно — на долю элементов второй выборки —  $R_2$ , затем вычислить:

$$U_1 = n_1 \cdot n_2 + \frac{n_1 \cdot (n_1 + 1)}{2} - R_1,$$

$$U_2 = n_1 \cdot n_2 + \frac{n_2 \cdot (n_2 + 1)}{2} - R_2,$$

Если всё вычислено верно, то

$$U_1 + U_2 = n_1 \cdot n_2.$$

3. Определить значение U-статистики Манна-Уитни по формуле

$$U = \min\{U_1, U_2\}.$$

т.е. далее использовать минимальный из двух полученных результатов.

4. По таблице для избранного уровня статистической значимости определить критическое значение критерия для данных  $n_1$  и  $n_2$ .

**Таблица критических значений критерия Манна – Уитни для уровня значимости 0,05 (уровня доверия 0,95)<sup>5</sup>**

		Размер второй выборки (n2)										
		5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Размер первой	3	0	1	1	2	3	4	4	4	5	6	6
	4	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	5	2	3	5	6	7	8	9	11	12	13	14
	6		5	6	8	10	11	13	14	16	17	19
	7			8	10	12	14	16	18	20	22	24
	8				13	15	17	19	22	24	26	29
	9					17	20	23	26	28	31	34
	10						23	26	29	33	36	39

<sup>5</sup> Таблица критических значений критерия Манна – Уитни, <http://www.saburchill.com/IBbiology/downloads/002.pdf>

	<b>11</b>							30	33	37	40	44
	<b>12</b>								37	41	45	49
	<b>13</b>									45	50	54
	<b>14</b>										55	59
	<b>15</b>											64

Как видно из таблицы, критерий работает начиная с объёма выборок 3 и 5 штук соответственно. Т.е. сопоставить две оценки, полученные каждая на 3 аналогах, не получится.

Если полученное значение  $U$  меньше табличного или равно ему, то признается наличие существенного различия между уровнем признака в рассматриваемых выборках (принимается альтернативная гипотеза).

Если же полученное значение  $U$  больше табличного, принимается нулевая гипотеза.

Достоверность различий тем выше, чем меньше значение  $U$ .

### **Критерий Манна – Уитни и различие двух оценок**

Применим полученное «каноническое» знание на примере В.Н. Мягкова для ответа на вопрос П.А. Козина.

Далее предположим, что один и тот же объект оценивают два противоположно мотивированных оценщика

1. один использует для оценки пять самых нижних цен;
2. второй, наоборот, использует пять самых верхних цен.

За результаты оценок принимаем средние значения соответствующего набора цен. Эта ситуация иллюстрируется таблицей ниже.

<b>№ аналога</b>	<b>Первая оценка</b>	<b>Вторая оценка</b>
1	85	95
2	88	100
3	90	105
4	91	110
5	93	112
Минимум	85	95
<b>Среднее значение - результат</b>	<b>89,4</b>	<b>104,4</b>
Максимум	93	112
<b>Разница с иной оценкой</b>	<b>14%</b>	<b>17%</b>

Таким образом, имеется ситуация, когда разница оценок составляет всего 14 – 17% но при этом средние значения – результаты оценок не только не попадают в интервалы друг друга, но эти интервалы не вообще не пересекаются.

В соответствии с вербальным критерием несущественности расхождения результатов двух оценок, представленным в начале статьи, такое расхождение результатов определяется, как существенное, несмотря на их относительно небольшую разницу.

Далее применяем тест Манна – Уитни.

Процесс и результат тестирования представлен в таблице ниже.

Объединённая выборка	Ранги первой оценки	Ранги второй оценки
85	1	
88	2	
90	3	
91	4	
93	5	
95		6
100		7
105		8
110		9
112		10
R	15	40
n1 x n2	25	25
<b>Критерий по оценке U</b>	<b>25</b>	<b>0</b>
<b>Критерий сравнения оценок - Umin</b>	<b>0</b>	
<b>Табличное значение критерия</b>	<b>2</b>	
<b>Вывод</b>	<b>Существенное различие результатов оценок</b>	

Таким образом, тест Манна – Уитни подтвердил вывод по вербальному критерию. Далее изменим задачу.

На том же наборе цен проанализируем ситуацию, когда каждый из оценщиков использовал по семь объектов – аналогов, начиная с противоположных краёв интервала.

Эта ситуация иллюстрируется таблицей ниже.

№ аналога	Первая оценка	Вторая оценка
1	85	91
2	88	93
3	90	95
4	91	100
5	93	105
6	95	110
7	100	112
Минимум	85	91
<b>Среднее</b>	<b>92</b>	<b>101</b>
Максимум	100	112
<b>Разница с иной оценкой</b>	<b>9%</b>	<b>10%</b>

Таким образом, имеется ситуация, когда разница оценок ещё меньше, чем в предыдущем случае - 9 – 14% однако при этом средние значения – результаты оценок попадают в интервалы друг друга. Таким образом ситуация кардинально иная.

В соответствии с вербальным критерием несущественности расхождения результатов двух оценок, представленным в начале статьи, такое расхождение результатов определяется, как не существенное.

Теперь посмотрим, что даёт критерий Манна – Уитни.

Процесс и результат тестирования представлен в таблице ниже.

<b>Объединённая выборка</b>	<b>Ранги первой оценки</b>	<b>Ранги второй оценки</b>
85	1	
88	2	
90	3	
91	4	4
93	5	5
95	6	6
100	7	7
105		8
110		9
112		10
R	28	49
n1 x n2	49	49
R	21	21
<b>Критерий по оценке U</b>	<b>42</b>	<b>21</b>
<b>Критерий сравнения оценок - Umin</b>	<b>21</b>	
<b>Табличное значение критерия</b>	<b>8</b>	
<b>Вывод</b>	<b>не существенное различие</b>	

В итоге имеем, что результаты тестирования опять совпадают с результатом вербального критерия.

## **Заключение**

В данном материале мы решили две задачи.

1. Показали эффективность вербального критерия, отношение к которому у ряда уважаемых коллег довольно скептическое.
2. Продемонстрировали возможности совсем несложного теста Манна – Уитни для решения важной и насущной задачи.

На практике, в принципе можно пользоваться обеими критериями, но вербальный представляется более простым и понятным для потребителей.